

3 算数・数学科

(1) 算数・数学科における言語活動の充実の視点

ア 算数・数学科における「言語活動の充実」のとらえ方

算数・数学科における「自ら考え判断し、表現できる力」とは、問題解決の過程において自ら進んで問題の分析や解釈をし、言葉や数、式、図、表、グラフなどの数学的な表現を用いて解決の方法を考え、分かりやすく表したり、説明したりすることができる数学的な思考力・表現力であると考え。このような力をはぐくんでいくためには、数学的な表現を用いて解決の方法を考えたり自分の考えを筋道を立てて説明したりする活動や、根拠を明らかにしながら相手に分かりやすく説明したり互いに考えを表現し伝え合ったりするなどの活動を適切に設定し、その内容を工夫していくことが必要である。このような工夫を行うことが言語活動の充実につながる。つまり、これらの活動は算数的活動や数学的活動における中核をなす言語活動ととらえることができる。

イ 本県における算数・数学科の言語活動の現状

言語活動の取組に関する調査結果(図9)から、「数学的な表現を適切に用いて、自分の考えの根拠を明らかにして説明する活動を行っていますか。」という質問に対して、小学校・中学校においては肯定的な回答が80%以上であり、多くの学校で力を注いでいる。しかし、高等学校では59%であり、活動が十分に設定されていない現状であることが分かる。このような現状から、各校種で、児童生徒が言葉や式、図、表、グラフなどの相互の関連を理解し、それらを適切に用いて自分の考えの根拠を明らかにして説明する活動を意図的に設定し、取り入れていく学習指導が望まれる。

質問項目(以下の活動を行っているか)	4と3の合計(%)		
	40	70	90
① 既習の知識や技能を活用して、言葉や数式、図、表、グラフなどを用いて、解決方法や結果の見通しを立てる活動	98	92	85
② 言葉や式、図、表、グラフなど適切に用いて、自分の考えの根拠を明らかにして説明する活動	92	80	59
③ 互いの考えを説明し伝え合う場を設定し、自らの考えや集団の考えを発展させる活動	87	67	38
④ 習得した知識や技能を活用して、身近な数理事象を説明する活動など、学習したことと生活や次の学習との関連を図る活動	72	60	41

図9 言語活動の取組に関する調査結果

ウ 学習のねらいに沿った言語活動の位置付け

(ア) 算数的活動や数学的活動の充実を図る言語活動の指導計画への位置付け

児童生徒に、基礎的・基本的な知識・技能を習得させ、数学的な思考力・表現力をはぐくむためには、学年間の各領域等の学習内容を踏まえ、ねらいに沿った算数的活動や数学的活動を適切に指導計画に位置付け、その中核をなす言語活動を工夫することが大切である。例えば、図形の性質を論理的に筋道を立てて表現できるようにするためには、既習の図形の概念や性質を学び直す場を設定し、具体物を用いて図形の性質についてペア学習、グループ学習で説明したり相互に伝え合ったりする活動を意図的に位置付けていくことである。

(イ) 学習過程に応じた言語活動の工夫

算数・数学科における数学的な思考力や表現力は短期間で育成できるものではなく、日々の継続的な積み上げによってなされていくものである。まず、1単位時間の学習過程の各段階のねらいを達成するために、どのような言語活動が望ましいか考え、児童生徒に言語活動の充実を図るための重視したい教師の発問例をまとめた(次項表9)。問題解決を図る過程の

「課題把握の段階」では学習課題から試行する中で問題点を明らかにする活動、「相互解決の段階」では友達の考えと自分の考えとの共通点や相違点について明確にしなが、数学的な表現を生かして自分の考えを友達に伝え合う活動などを設定し、その工夫をする。

表9 1単位時間の学習過程における活動と発問例

学習過程	主な算数的活動や数学的活動	言語活動の充実を図る教師の発問例
<p><課題把握の段階></p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 本時の学習課題を受け止め、事象を分析する。 ・ 学習の問題点の焦点化を図る。 	<p>学習課題からその事象の意味を分析する活動</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 「分かっていること」、「問われていること」などを明確にする。 ・ 数の意味付け(数)を図る。 <p>試行し、既習と未習とを意識し、問題点を明らかにする活動</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 絵や図、数直線などに表し、数量の関連や事象の意味から演算決定をする。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 学習課題から、どんなことが分かっているかな。どんなことを求めるのかな。(分析) ・ 式だけでなく、図や表、グラフなどを用いて考えることはできないかな。(数学的な表現)
<p><相互解決の段階></p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 自分の考えを数や式、図、表、グラフなどを用いて説明する。 ・ 考えの共通点や違いを見つけ、それぞれの考えのよさを話し合う。 	<p>数や式、図、表、グラフなど数学的な表現を生かして、自分の考えを友達に伝え合う活動</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 自分の考えと友達の考えとの相違点や共通点について明確にする。 ・ 友達の考えのよさを見つけ、自分の考えに生かす。 ・ 便利さや分かりやすさなどの観点から算数・数学のよさに気付く。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ これで、正しいといえるのかな。(考えの妥当性) ・ 友達の考えと、どこが同じで、違うところはどこだろうか。(考えの比較、相違点の検討) ・ どんな考え方が簡単で、分かりやすいかな。(数学的な考え方への気付き)
<p><振り返り・まとめの段階></p> <ul style="list-style-type: none"> ・ よりよい解決の仕方について整理する。 ・ 自分や友達の相互の学習の高まりを振り返る。 	<p>自分の考えの深まりや友達の考えのよさを説明し、学習を確かめる活動</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 自分の考えや友達の考えのよさを説明する。 ・ 自分や友達の学習への様子を相互に振り返り、高まりを互いに認め合う。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 自分の考えが深まったのは、友達のどの考えからですか。 ・ 式から、どんなことが分かるかな。(分類・整理) ・ 条件を変えられるかな。他の数にしたら、同じように解決できるかな。(類似、類推)

(2) 言語活動の充実を図る学習指導の工夫

ア 学年・校種間での算数的活動や数学的活動の内容のつながりを意識した系統表の作成

数学的な思考力や表現力をはぐくむために、数学的な見方や考え方に着目して、算数的活動や数学的活動を位置付けた図形領域における系統表を次の手順で作成した。

学習指導要領の各学年の図形領域に示された内容から、指導のねらいを明確にする。
「数学的な見方や考え方」に着目し、具体的な活動をまとめる。
「数学的な見方や考え方」を活用する効果的な算数的活動や数学的活動を位置付ける。
指導内容の系統性を踏まえて、当該学年やその前後の学年・校種で関連する学年及び単元を示す。

< 小学校 >

学年	指導のねらい	数学的な見方や考え方()と主な算数的活動や数学的活動の例()	学年・単元
第5学年 「図形の合同」	図形についての観察や構成などの活動を通して、平面図形についての理解を深める。	数学的な見方や考え方()と主な算数的活動や数学的活動の例() 合同な三角形や四角形を能率的に作図する方法を考える。 合同な図形をかいたり、作ったりする活動 三角形の3つの角の大きさの和が180度になることを帰納的に考え、説明する活動	小第6学年 「拡大図と縮図」 中第2学年 「図形の合同」
第6学年 「拡大図と縮図」	図形についての観察や構成などの活動を通して、平面図形についての理解を深める。	拡大図や縮図の性質を利用して、具体的な事象を考察できる。 ・ 対応する辺の長さや角の大きさを調べ、図形を考察する新しい観点をもつ。 身の回りから縮図や拡大図の考えを利用している事象を見つけ説明する活動	小第4学年 「いろいろな四角形」 中第3学年 「図形の相似」

< 中学校 >

第3学年 「図形の相似」	図形の性質を三角形の相似条件などを基にして確かめ、論理的に考察し表現する能力を伸ばす。	三角形の合同条件を基に、三角形の相似条件を見いだすことができる。 合同条件と相似条件を比較し、その違いについて図を用いて説明する活動	小第6学年 「拡大図と縮図」 高第1学年 「図形と計量」
-----------------	---	---	---------------------------------------

< 高等学校 >

第1学年 「図形と計量」	三角比の意味やその基本的な性質について理解し、三角比を用いた計量の考えの有用性を認識する。	図形の相似の考え方をを用いて、直角三角形の辺の比を角との関係でとらえることができる。 相似である2つの直角三角形を用いて、斜辺の長さや高さの間に常に成り立つ関係を見だし、その根拠について説明する活動	小第6学年 「拡大図と縮図」 中第3学年 「図形の相似」
-----------------	---	--	---------------------------------------

イ 算数的活動や数学的活動で重視したい言語活動の具体化

(ア) 言葉や数、式、図、表、グラフなどの数学的な表現を用いて、自分の解決方法を説明する活動

三角形の面積を求める方法を説明する。

「同じ大きさの三角形をもう1つ合せて、平行四辺形を作ります。求める三角形の面積は、平行四辺形の半分になります。式で表すと $8 \times 4 \div 2$ となります。」

「三角形を2組作ると、長方形になります。できた長方形の面積は、もとの三角形の2倍の広さです。図から三角形の面積は、長方形の半分になり、式では $4 \times 8 \div 2$ です。」

学習した平行四辺形や長方形に変形することができないか図形の敷き詰め活動を想起させる。

左のような児童の説明の後に、それぞれの考え方の共通点や相違点を伝え合う。また、「図から式へ」、「式から図へ」の視点で、相互に考えを説明することで考え方のよさや算数のよさに触れさせていく。

説明する活動を通して数学的な思考力や表現力をはぐくむ。

T: 「考え方の似ているところや違うところはどんなところかな?」
「式での $\div 2$ の意味は、図ではどこのことかな?」

(イ) 自他の考えを比較、分類・関連付けて説明する活動

〔2位数 \times 2位数の計算の仕方は、どのようにしたらよいだろうか〕

24×12 ?

$24 \times 10 = 240$
 $24 \times 2 = 48$

288

12を10と2に分ける。
『位分け計算』

$24 \times 6 = 144$
 $24 \times 6 = 144$

288

12を6と6に分ける。
『半分分け計算』

$24 \times 3 = 72$
 $72 \times 4 = 288$

12を 3×4 とみる。
『掛け12分け』

$24 \times 8 = 192$
 $24 \times 4 = 96$

288

12を $8 + 4$ とみる。
『足すと12分け』

別な数(12以外)の時に、使える考え方はどれだろう? 『 24×36 は?』

$\times 36$ を、 $\times 30$ と $\times 6$ に位ごとに分けて計算することができる。
『位ごとに分けると、どちらも($\times 12$, $\times 36$)簡単に計算することができる。』

$\times 36$ の半分は、 $\times 18$ になり2桁になってしまう。

$\times 36$ は、 4×9 に分けて計算することができる。

36になるように分けると、2桁になってしまう。

4つの考えのそれぞれの妥当性を検討し、次に他の数でも同じような考え方が使えるのが関連付けて検討していく。

↓

比較したり、分類・関連付けたりして説明する活動を通して、数学的な思考力や表現力をはぐくむ。

(3) 言語活動の充実を図る学習指導の実践例

ア 小学校における実践例

第4学年「垂直と平行」「いろいろな四角形」、第5学年「図形の角」の学習内容の系統性に着目し、操作を基に、図や式を用いて考え方を説明する言語活動の具体化を図った。

垂直と平行

→

<第4学年「垂直と平行」(1/5)>
 2本の直線の平行や垂直の概念の理解に、1つの長方形に2本の直線を引き(竹ひごを使用)、いろいろな四角形を構成する活動を設定した。
 教師の「2本の直線をどのように引いたら、4つの長方形ができたのかな?」の問い掛けから、2本の直線の垂直な関係から四角形を構成したことを児童が説明できるようにした。

「わたしは、2本の直線が直角になるようにして長方形を四つ作りました。」



いろいろな四角形

→

<第4学年「いろいろな四角形」>
 (1) 本時の目標 (1/10)
 ドット図(5×5)に4本の直線を引き、いろいろな四角形を構成し、自分なりの観点で仲間分けをすることができる。
 (2) 言語活動の充実の視点
 どのような観점에서四角形を分類したのか、図や操作を基に自他の考え方を伝え合う活動を工夫する。

<調べる>
 ドット図を利用して、できた四角形を自分なりの観점에서仲間分けをする。
 ・ 仲間分けの仕方を分度器や三角定規を用いて説明する。

直定規や三角定規、コンパスなどを用いて仲間分けの仕方を考えさせる。
 仲間分けの観点を相互に伝え合い、考え方の根拠を明確にさせる。

「ぼくは、正方形、ひし形、台形、平行四辺形などを1つの仲間に分けました。ぼくの分けたポイントは、向かい合う頂点同士を結んだ線が垂直になる四角形に分けたことです。」

「ぼくは、向かい合う辺が平行な四角形の仲間に分けました。きみは、四角形の対角線の交わり方の考え方を使っている。おもしろい分け方をしたんだね。」



図形の角

→

<第5学年「図形の角」>
 (1) 本時の目標 (5/7)
 多角形を対角線により複数の図形に分割し内角の和を求めることができる。
 (2) 言語活動の充実の視点
 竹ひごを用いた作業的活動から多角形の分割の仕方を考え、図や式で説明する活動を工夫する。

<調べる・確かめる>
 自分の多角形の分割の仕方を図や式で表現し、互いに考え方を説明し合う。

多角形を複数の図形に分割できるように直線のイメージで操作できる2本の竹ひごを準備する。
 多角形の内角の和を求めることができた理由を図や式を用いて説明させる。

「五角形に対角線を2本引くことができます。五角形の中に三角形が3つできます。三角形の3つの角の和は、 180° です。だから、 $180^\circ \times 3$ という式から 540° になることが分かります。対角線を引いて、三角形がいくつ分あるか考えると簡単にできます。」



<成果と課題>

図形領域での学習内容の系統性を踏まえ、図で考え方を表現したり図と式とをつなげて説明したりする活動を、第4学年、第5学年の単元の指導計画に位置付け、考え方の交流の場を工夫したことで、既習事項を駆使して積極的に問題解決を図る児童の姿を見ることができた。

図や式で考え、調べた過程を振り返らせたことで、考えの根拠を明らかにしながら説明したり、互いに伝え合ったりしようとする児童の姿を見ることができた。

学年・校種をつなぐ算数的活動や数学的活動を他の領域にも広げていく必要がある。

- 25 -

イ 中学校における実践例

(ア) 単元名「平行線と角」 第2学年

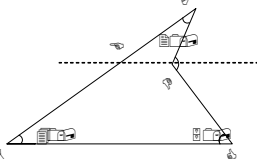



(イ) 本時の目標 (7/14)

- ・ 補助線の引き方を工夫し、既習事項を活用して角の大きさを求めることができる。
- ・ 数学的な表現を用いて、補助線の引き方や引いた根拠を説明できる。

(ウ) 言語活動の充実の視点

図を基にして、自分の考え方を確かめるペア学習を位置付け、相互解決での根拠を明らかにして自他の考え方を説明する活動を工夫する。

(I) 本時の展開

過程	主な学習活動	指導上の留意点 言語活動の充実の工夫	時間 形態
調 べ る	<p><学習問題を立てる></p> <p>錯角や同位角、三角形の外角の性質を利用できるように、補助線の引き方を工夫して、角の大きさを求めてみよう。</p> <p>(1) 自力解決 頂点Dを通り、辺BCに平行な直線を引く。</p> 	<p>補助線を利用させるために、既習事項を想起させる発問をする。</p> <p>多角形の内角の和を求める時に行った、補助線を引くという数学的活動を利用する。</p>	8分 個人
	<p>多角形の内角の和を求める時は、1つの頂点から、各頂点を結ぶ補助線を引いたな。</p>  <p>(2) ペア学習で、互いの考え方や方法を数学的な表現を用いて説明し、比較・検討する。</p>  <p>点Dを通して、辺BCに平行な直線を引くと、同位角の関係が使えます。 辺ABとの交点をEとすると $\angle AED = \angle ABC$ となります。</p>	<p>多様な考え方を引き出すために補助線の引き方や本数に着目させる。</p> <p>補助線をどのように引くか悩んでいる生徒には、個別にヒントを与えたり、復習問題で振り返らせたりする。</p> <p>補助線の引き方について、手順や考え方を、言葉や自分のかいた図などを用いて説明させる。</p> <p>説明を聞く際のポイント</p>	
	<p>(3) 補助線が引かれた図を黒板に提示し、お互いの考え方を説明する。</p> <p>ぼくは点Dを通して、辺ABに平行な直線を引きました。その理由は、錯角と同位角が使えるからです。また、最後は外角の考え方も利用しました。</p> 	<p>自分の考え方と比較し、同じ方法か、異なる方法であるかを意識して聞く。異なる場合は、自分と異なる点を他者に説明する。</p> <p>他の生徒のかいた図を用いて説明をさせ、図から他者の考え方を読み取らせる。</p>	13分 一斉

(オ) 成果と課題

既習内容から数学的活動を生かせる課題を設定したことで、生徒一人一人が学習への意欲をもって主体的に課題解決に取り組むことができた。

課題を解決するために利用する数学的な見方や考え方を全体で確認したり、自分の解法を他者に説明する活動を設定したりしたことで、自分の考えを整理し、根拠を明らかにした説明をする姿が見られた。

自他の考え方を明らかにしながら、更に相互の交流を図る手だてが必要である。

ウ 高等学校における実践例

(ア) 単元名「図形と計量」 第1学年


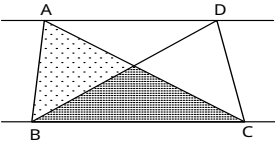
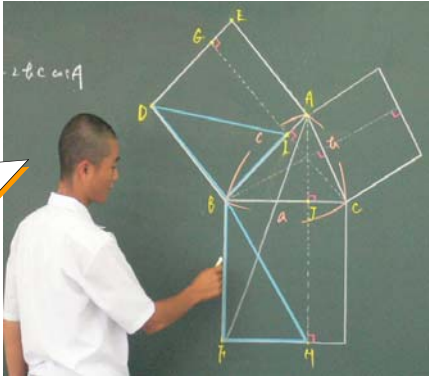
(イ) 本時の目標 (8/12)

- ・ 既習事項である、「三平方の定理」の証明を図を用いて説明できる。
- ・ 三平方の定理の証明を用いて、余弦定理の証明を説明できる。

(ウ) 言語活動の充実の視点

中学校の学習内容である「三平方の定理」の証明方法を基にして余弦定理の証明をする中で、図的表現や記号的表現を用いて記述したり、説明したりする活動を工夫する。

(エ) 本時の展開

過程	主な学習活動	指導上の留意点 言語活動の充実の工夫	時間 形態
(振り返り)	<p>(2) 「三平方の定理」の証明方法を確認する。</p>  <p>中学校のとき、直角三角形のそれぞれの辺を一辺とする正方形を作って、面積が等しいことから三平方の定理を導いたな。</p>	<p>中学校との学習内容の系統性を踏まえ、三平方の定理の証明方法を振り返らせる。</p>	5分 個人
課題把握 自力解決	<p>(3) 学習課題を受けとめる。</p> <p>鋭角三角形ABCにおいて、余弦定理 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ の「$2bc \cos A$」の部分をも、図を用いて説明しよう。</p> <p>等積変形の学び直しを行う。</p> <p>T: 2つの三角形の面積がなぜ等しくなるのか、互いに説明しよう。</p> 	<p>説明の仕方(ポイント)を提示する。 結論、結果を述べる。 考えた根拠を述べる。</p> <p>A = 90° の場合を確認させ、学習課題の解決に向けての見通しをもたせる。</p> <p>数学的な表現を用いて、面積が等しくなることを互いに説明させる。</p>	10分 ペア
相互解決	<p>(4) 図を用いて根拠を明らかにして説明する。</p>  <p>BIDの面積は、等積変形により、BCDの面積と等しくなります。さらに、頂点Bを中心にして回転移動させると、ABFと重なり、面積が等しいことが分かります。</p>	<p>どの三角形の面積が等しくなるかを考えさせ、図を用いてその根拠を筋道立てて説明させる。</p> <p>説明を聞く際は、自分の考えと異なる点や共通点について、意識させる。</p> <p>図を用いた考え方を、記号に置き換えさせたり、記号を用いた考え方を図に置き換えさせたりする。</p>	15分 一斉

(オ) 成果と課題

中学校での「三平方の定理」の証明を基にした学習課題を工夫したことで、中学校と高等学校の学習内容のつながりを生徒に実感させることができた。

自分の考えの根拠を明らかにして説明させたり、図や記号など数学的な表現を用いて記述させたりする活動を意図的に設定したことで、自分の考えを数式だけでなくより適切な図を用いて思考する生徒の姿を見ることができた。

既習事項の理解が十分でない生徒への手だてや、生徒に数学的な見方や考え方を促す発問の工夫が更に必要である。